

## I 主題設定の理由

中学校数学科では、学習指導要領の関数領域において、「具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数関係を見だし考察し表現する力」の育成が求められている。また、令和3年度全国学力・学習状況調査の報告書にも「身の回りにある事象を関数関係として捉え、考察できるようにする」ともある。実際、生活の中でよく使う電車やタクシーの料金などは、距離に応じて料金が増えている。このように何気なく生活している中に、関数関係は潜んでいる。

今年度、私は中学3年生を受けもっている。数と式の領域では、式の展開と因数分解、平方根など基礎的な知識や技能を身に付け、計算することができた。また、二次方程式ではこれらの身に付けた知識を活用し、問題に応じて適切な解き方をすることもできた。しかし多くの生徒が、「計算ができればよい」「因数分解や平方根はどこで使うのか」など数学の有用性を実感できていない。そのため、身の回りの事象を数学の知識や技能を活用し、解決する中で、数学の有用性を高めたいと考えている。

以上のことから、研究主題を「身の回りの事象を解決する中で数学的に捉え、数学の有用性を実感できる生徒の育成」とし、実践に取り組むことにした。

## II 目指す生徒像

研究主題「身の回りの事象を解決する中で数学的に捉え、数学の有用性を実感できる生徒の育成」の下、次のように目指す生徒像を設定した。

- ・数学的に捉え、考察したり表現したりできる生徒
- ・数学の有用性を実感できる生徒

## III 研究の仮説

目指す生徒像が実現されるように、次のような仮説を立てた。

### 【仮説1】

学びを視覚化し、発表する場を設ければ、数学的に捉え、考察したり表現したりすることができるだろう。

### 【仮説2】

身の回りの事象を解決することができれば、数学の有用性を実感できるだろう。

## IV 研究の手だて

### 1 仮説1の手だて①

I C T機器を活用し、学びを視覚化する。

単元を通してI C T機器を活用して授業を行う。一人一台タブレット端末を配布し、表計算ソフト（以降、Excelと表記）を活用する。Excelには、あらかじめ値を入力することで、表ができ、グラフが作成できるようにプログラムする。生徒は好きな値を入力し、簡単にグラフの様子を観察したり、比較したりすることができる。このことから、表、式、グラフの関係に気付き、数学的に捉え、考察することができると思う。

## 2 仮説1の手だて②

ペア活動やグループ活動の場を設ける。

数学的に捉えたことを表現できるように、単元を通して、ペア活動やグループ活動の場を設ける。その際、値を入力した Excel を見せながら相手に伝えるように指示をする。このことにより、より説得力のある具体的な会話ができ、自らの考えやグループの考えを発展させることができると予想する。なお、今回の単元において、グループ活動は3～4人で行うと設定する。

## 3 仮説2の手だて

教材を工夫し、既習事項を活用する中で、身の回りの事象を解決できる場を設ける。

数学が身の回りの事象と深く関わっていることに気付く場を設けたいと考えている。数学の有用性を実感できるように、生活の中でよく目にするものを教材にしたり、既習事項を活用して解決できる課題を設定したりする。

# V 授業実践と考察

## 1 単元の構想

生徒は、中学1年生で比例と反比例、中学2年生で一次関数を学習している。関数の意味を確認し、変化の様子を、表、式、グラフを用いて理解してきた。今回実践する「関数  $y = ax^2$ 」の単元では、一次関数とは違う  $y = ax^2$  で表される関数があることを知り、関数  $y = ax^2$  の変化の様子や基本的な知識を学ぶ。また、身の回りの事象の中から見いだした関数関係を、学習したことと比較し、その特徴を考察する。さらに、式に表すことが困難な関数を学ぶことで、関数の概念の広がりを実感できるようにする。

単元の導入時には、関数  $y = ax^2$  を定義し、与えられた  $x$  と  $y$  の値から式を求める。その後、身の回りにある曲線が放物線かどうかを判断する。比例定数  $a$  が一定であることに気付くことで、身の回りにある曲線を数学的に捉え、考察できると考えている。同時に、身の回りの事象を学習したことを用いて放物線かどうか判断する活動を行う。

単元の中盤では、関数  $y = ax^2$  の比例定数  $a$  の値を入力することでグラフが作成できるようにプログラムした Excel を使用する。複数の表、式、グラフを比較し、比例定数の違いによるグラフの変化を見つけ、その関係を Excel を見せながら伝え合うペア活動を行う。

単元の終盤には、Excel を用いて物体の衝突運動の様子から、物体の高さ、速さ、衝突距離の関係を考察したり、東京オリンピックで日本代表がバトンパスを失敗した原因を解決したりする。また、水槽に遮蔽物を入れ、水を入れる量と水面の高さの様子も調べる。

## 2 単元構想表

| 時 | 学習内容                             | 教師の支援と手だて   |
|---|----------------------------------|---|
| 1 | ○物体が斜面を転がる時間と距離の関係を表、式、グラフにまとめる。 | ・物体が斜面を転がる時間と距離の関係を表とグラフにまとめられるように、1人1台タブレット端末を配付し、動画を視聴する。 |

|   |  |  |
|---|--|--|
| 2 | ○身の回りの曲線が、放物線かどうか判断する。                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>身の回りの曲線が、放物線かどうか式を用いて判断できるように、座標平面を印刷した透明フィルムを配付する。<br/>(仮説2の手だて)</li> </ul>  |
| 3 | ○ $y = ax^2$ のグラフをかく。                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>表、式、グラフの関係に気付けるように、式から表を作り、グラフをかくように指示する。</li> </ul>  |
| 4 | ○ $y = ax^2$ のグラフを Excel を用いて作成する。       | <ul style="list-style-type: none"> <li>Excel を用いてグラフを作成できるように、1人1台タブレット端末を配付する。</li> <li>Excel を用いてグラフを作成できるように、プロジェクターとスクリーンで操作方法を示す。</li> </ul>  |
| 5 | ○Excel を用いて、比例定数 $a$ の値とグラフの関係をを見つける。    | <ul style="list-style-type: none"> <li>比例定数 <math>a</math> の値によってグラフが変化する様子を視覚的に捉えられるように、1人1台タブレット端末を配付し、Excel を用いてグラフを作成する。<br/>(仮説1の手だて①)</li> <li>比例定数 <math>a</math> の大きさに注目するなど数学的に捉え、表現できるように、ペア活動の場を設定し、見つけた関係を Excel を見せながら発表するように指示する。<br/>(仮説1の手だて②)</li> </ul>                    |
| 6 | ○関数 $y = ax^2$ のグラフの増減について調べる。           | <ul style="list-style-type: none"> <li>関数 <math>y = ax^2</math> の増減が <math>x = 0</math> で変わること注目できるように、グラフに増減を矢印で図示するよう指示する。</li> </ul>  |
| 7 | ○関数 $y = ax^2$ のグラフを用いて、 $x$ の変域から $y$ の | <ul style="list-style-type: none"> <li><math>x</math> と <math>y</math> の変域から比例定数を求める発展的な課題を提示する。</li> </ul>  |
| 8 | 変域を求める。<br>○関数 $y = ax^2$ の変化の割合を求める。    | <ul style="list-style-type: none"> <li>関数 <math>y = ax^2</math> の変化の割合を素早く求めることができるように、定義に従い、<math>x</math> の増加量と <math>y</math> の増加量から一般化する。</li> </ul>   |
| 9 | ○斜面を転がる物体の高さ、速さ、衝突距離の関係について調べる。          | <ul style="list-style-type: none"> <li>数学の有用性を実感できるように、斜面を転がる物体の運動を課題として提示する。<br/>(仮説2の手だて)</li> <li>斜面を転がる物体の高さ、速さ、衝突距離の関係を視覚的に捉えられるように、グループに1台タブレット端末配付し、Excel を用いてグラフを作成するように指示する。<br/>(仮説1の手だて①)</li> <li>斜面を転がる物体の高さ、速さ、衝突距離の関係を数学的に捉え、表現できるように、グループ活動の場を設ける。<br/>(仮説1の手だて②)</li> </ul> |

|    |                                      |  |
|----|--------------------------------------|--|
| 10 | ○東京オリンピック日本代表のバトンパスの失敗について調べる。       | <ul style="list-style-type: none"> <li>・数学の有用性を実感できるように、東京オリンピック日本代表のバトンパスの失敗を課題として提示する。<br/>(仮説2の手だて)</li> <li>・バトンパスが成功する助走距離を考えられるように、1人1台タブレット端末を配付し、Excelを用いて助走距離を考えるよう指示をする。<br/>(仮説1の手だて①)</li> <li>・2本のグラフから2人の走者の位置関係を伝えられるように、グループ活動の場を設ける。<br/>(仮説1の手だて②)</li> </ul>                        |
| 11 | ○水槽の中に遮蔽物を入れたときの水の量と水面の高さの関係について調べる。 | <ul style="list-style-type: none"> <li>・数学の有用性を実感できるように、水槽に遮蔽物を置き、そこに水を入れたときの水の量と水面の高さの関係を課題として提示する。<br/>(仮説2の手だて)</li> <li>・水の量と水面の高さの関係を視覚的に捉えられるように、グループに1台タブレット端末を配付し、実験結果をExcelに入力するように指示する。<br/>(仮説1の手だて①)</li> <li>・グラフの様子がなぜそのようになるのか数学的に捉え、表現できるように、グループで考察する場を設ける。<br/>(仮説1の手だて②)</li> </ul> |
| 12 | ○単元のまとめを行う。                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>・単元を通した振り返りを行う。</li> </ul>  |

### 3 生徒に期待する姿

今回の実践を行うにあたり、抽出生を選び、変容を追うことにした。

#### 抽出生A（以後、生徒Aと記述）

生徒Aは、これまでの単元において、基礎的・基本的な問題には自信をもって取り組み、答えを導き出すことができた。また、身に付けた知識を活用し、問題を解くこともできた。しかし、解法の理由を尋ねると、「なんとなく」や「こうやって解くから」など、数学的な表現を用いて説明することができていない。また、テストができればよいと考えており、身の回りの事象に数学が密接に関わっていると感じておらず、数学の有用性を実感することもできていない。

本単元では、ICT機器を用いて学びの視覚化を図ったり、ペア活動やグループ活動を行う中で、身の回りの事象を数学的に捉え、考察したり表現したりできるようになってほしいと考えた。また、身の回りの事象を教材にしたり、課題を既習事項を活用して解決したりする中で、数学の有用性を実感してほしいと考えた。

#### 4 抽出性の変容を追って

##### (1) 身の周りの曲線が放物線かどうか判断する生徒A

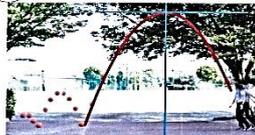
単元の導入時には、物体が斜面を転がる動画を視聴し、斜面を転がる時間と距離の関係を表にまとめる。そして、座標平面上に点を取り、新たな曲線のグラフがあることを確認し、関数 $y = ax^2$ の式の形や、変数、比例定数、放物線などの知識を学ぶ。その後、与えられた条件から、関数 $y = ax^2$ の式を求める。そして、生徒に「身の回りの曲線が放物線かどうか調べよう」と学習課題を提示する。身の回りの曲線が放物線かどうかを学習した比例定数が一定であることから判断することで、数学の有用性を実感できるだろうと考えた。

実際の授業では、物体の斜面を転がる動画を繰り返し見ながら、物体が斜面を転がる時間と距離を正確に表にまとめることができた。また、表からグラフに点をとる際には、多くの生徒が点をとるだけでなく、グラフもかいていた。しかし、定規を持ち、点と点を直線で結んでいた。生徒Aは点と点を曲線で結んでおり、隣の生徒Bに「曲線だよ」と伝えていた。生徒Bは「何で」と聞いていたが、生徒Aは答えることができなかった。生徒Bは生徒Aに聞いたとおり曲線にかき直していた。

与えられた条件から関数 $y = ax^2$ の式を求めた後、「身の回りの曲線が放物線かどうか調べよう」と学習課題を提示した。身の回りの曲線として、ボールを投げ上げた軌跡、噴水の軌跡、縄跳びを吊るした曲線を提示した。曲線を判断する際に、座標平面を印刷した透明フィルムを配付し、曲線の座標軸に合わせるように指示をした。資料1は、生徒Aが実際に計算した授業プリントである。①では、 $(-3, -2)$ と $(-6, -8)$ の異なる2点を $y = ax^2$ に代入し、 $y = -\frac{2}{9}x^2$ になることを計算して式を求めた。②でも同様に、 $(-2, -1)$ と $(-4, -4)$ の異なる2点を $y = ax^2$ に代入し、 $y = -\frac{1}{4}x^2$ になっていることを計算で式を求めた。①②ともに関数の式が一致したことから番号に丸を付け、放物線になったことを表している。一方③では、 $(-2, 2)$ と $(-3, 7)$ を $y = ax^2$ に代入し、 $y = \frac{1}{2}x^2$ 、 $y = \frac{7}{9}x^2$ と計算で式を求めた。関数の式が一致しなかったことから番号にバツを付け、放物線にならないことを表している。

授業後の生徒Aの感想には、資料2のように「関数 $y = ax^2$ は曲線だけど、2点をとってみると比例定数が同じで、ちゃんと $y = ax^2$ になっていることが分かりました。身近なところでは、虹もなっているのか気になりました。」

① ボールを投げ上げた軌跡



$(-3, -2)$   $(-6, -8)$

$y = -\frac{2}{9}x^2$   $y = -\frac{2}{9}x^2$

② 噴水



$(-2, -1)$   $(-4, -4)$

$y = -\frac{1}{4}x^2$   $y = -\frac{1}{4}x^2$

③ 縄跳びのひも



$(-2, 2)$   $(-3, 7)$

$y = \frac{1}{2}x^2$   $y = \frac{7}{9}x^2$

〈生徒Aの授業プリント〉

資料1

$y = ax^2$ は曲線だけど、2点をとってみると比例定数が同じで、ちゃんと $y = ax^2$ になっていることが分かりました。身近なところでは、虹もなっているのか気になりました。

〈生徒Aの授業感想〉

資料2

投げ上げた軌跡、噴水の軌跡、縄跳びの吊るした曲線など、身の回りの事象を課題として取り上げ、比例定数を求め、放物線かどうか判断する場を設けたことで、数学で学んだ知識を活かしていきたいと気持ちが高まっていることが分かる。(仮説2の手だて)。

## (2) Excel を用いて、比例定数 $a$ の値とグラフの関係を伝える生徒A

身の回りの曲線が放物線かどうか調べた後、関数 $y = ax^2$ のグラフをかく。式から表を作成し、 $x$ と対応する $y$ の値を求め、点をとることで表、式、グラフの相互関係が理解できる。グラフを手作業でかいた後、1人1台タブレット端末を配付し、Excel を用いてグラフを作成する。今後、生活で使用機会の増える Excel を用いることで、実用的な活動にもなると考えた。グラフを作成した後は、Excel を用いて比例定数 $a$ とグラフの開き方の関係性を見つめる授業を行う。Excel を用いて、丁寧なグラフが作成できることやたくさんの値を入力し、グラフの様子を見る中で、演繹的な活動がより確かなものとして捉えることができるだろうと考えた。

実際の授業は、手作業でグラフをかき始めた。式から表を作り、座標平面に点をとることに時間はかかった。生徒Aは上手にグラフをかいていたが、多くの生徒は曲線をなめらかにかくことができなかった。その後、1人1台タブレット端末を配付し、Excel でグラフを作成する方法を伝えた。教師の指示の下、始めは $x$ の値と対応する $y$ の値を入力し、表からグラフを作成した。さらに、 $y$ の値の列に式を入れ、 $x$ の値を入力することで $y$ の値が自動的に求まるようにし、グラフを作成した。作成したグラフを見て生徒は「すごい」「きれい」と驚いた様子であった。授業後の生徒Aの感想にも、資料3のように「Excel で計算できるのは便利で、ミスがなくていい」と振り返っていた。

私は、大きい数字になったりすると、よくケアレスミスを起こしてしまうので、Excel で計算できるのは便利で、ミスがなくていいと思いました。

〈生徒Aの授業感想〉

資料3

次の時間には、「関数 $y = ax^2$ のグラフは比例定数 $a$ の値が変わるとどうなるだろうか」と学習課題を提示した。始めに関数 $y = ax^2$ の比例定数 $a$ の値を入力することでグラフが作成できるようにプログラムした Excel を使い、1人1台タブレット端末で $a$ の値を入力しながら個人追究をした。生徒Aは、比例定数 $a$ の値が正の数の場合を入力し、「 $a$ の値が+の場合、 $a$ の値が大きい方が結んだ線が急になる」と授業プリントに書いた。次に生徒Aは比例定数 $a$ の値が正の数と負の数の場合を入力し、「 $a$ の絶対値が大きいとグラフの変化の割合が大きい」と授業プリントに書いた。その後、自分の見つけた比例定数 $a$ の値とグラフの様子を発表し合うペア活動の場を設けた。その際、タブレット端末を見せながら、説明するように指示した。資料4(7ページ参照)は、その時の生徒Aが作成したグラフと授業記録である。生徒Aはペアの生徒に比例定数 $a$ の値が正の数の場合から負の数の場合へと順序立てて説明をした。その中で、「絶対値」という言葉を用いて説明することができた。また、ペアの生徒が絶対値について問い返した時には、生徒Aの言葉で絶対値の説明も行うことができた。

| A     | B  | C                 | D | E | F | G    | H    | I   | J    | K   | L    | M   | N    | O  | P    | Q | R    | S  | T    | U   | V    | W   | X    | Y   | Z    | AA   |
|-------|----|-------------------|---|---|---|------|------|-----|------|-----|------|-----|------|----|------|---|------|----|------|-----|------|-----|------|-----|------|------|
| 比例定数a | 式  | x                 | ① | ② | ③ | -5   | -4.5 | -4  | -3.5 | -3  | -2.5 | -2  | -1.5 | -1 | -0.5 | 0 | 0.5  | 1  | 1.5  | 2   | 2.5  | 3   | 3.5  | 4   | 4.5  | 5    |
| 1     | y= | x <sup>2</sup>    | ① |   |   | 25   | 20.3 | 16  | 12.3 | 9   | 6.25 | 4   | 2.25 | 1  | 0.25 | 0 | 0.25 | 1  | 2.25 | 4   | 6.25 | 9   | 12.3 | 16  | 20.3 | 25   |
| -1    | y= | -1 x <sup>2</sup> | ② |   |   | -25  | -20  | -16 | -12  | -9  | -6.3 | -4  | -2.3 | -1 | -0.3 | 0 | -0.3 | -1 | -2.3 | -4  | -6.3 | -9  | -12  | -16 | -20  | -25  |
| -5    | y= | -5 x <sup>2</sup> | ③ |   |   | -125 | -101 | -80 | -61  | -45 | -31  | -20 | -11  | -5 | -1.3 | 0 | -1.3 | -5 | -11  | -20 | -31  | -45 | -61  | -80 | -101 | -125 |

生徒A 「 $a = 1$ と $a = 2$ を代入すると、 $a$ の値が大きい方が急なグラフになるんだけど、 $a = -1$ と $a = -5$ を代入すると $a$ が小さい方が大きくなる。だから、 $a$ の絶対値が大きい方が急なグラフになる」

生徒B 「絶対値？」

生徒A 「うん。＋とか－の符号のないところが大きいと、開き方が小さくなるでしょ」

生徒B 「あ、本当だ」

〈生徒Aが作成したグラフとペア活動の授業記録〉

資料4

授業後の生徒Aの感想には、資料5のように「 $a$ の値がプラスの場合は $a$ の値が大きい方が、マイナスの場合は小さい方が開き方が小さくなる」と表すよりも絶対値という言葉を使った方が簡単に表すことができると気づき、絶対値という言葉の使い方にも気付くことができました」と書かれていた。このことから Excel を用いて、比例定数 $a$ の値とグラフの様子を視覚化したことで、数学的に捉え、考察することができた

$a$ の値がプラスの場合は $a$ の値が大きい方が、マイナスの場合は小さい方が開き方が小さくなると表すよりも絶対値という言葉を使った方が簡単に表すことができると気づき、絶対値という言葉の使い方にも気付くことができました。

〈生徒Aの授業感想〉

資料5

$y = ax^2$ のグラフは、 $a > 0$ のとき、 $x$ 軸の上側にあつて上に開き、 $a < 0$ のとき、 $x$ 軸の下側にあつて下に開くことが分かりました。また、比例定数 $a$ の絶対値が大きいほど、開き方が小さくなるということが分かりました。

〈生徒Bの授業感想〉

資料6

と言える（仮説1の手だて①）。また、授業後の生徒Aのペアの生徒Bの感想には、資料6のように「 $y = ax^2$ のグラフは、比例定数 $a$ の絶対値が大きいほど、開き方が小さくなるということが分かりました」と書かれていた。このことからペア活動の場において生徒Aが数学的に表現できたと言える（仮説1の手だて②）。

### (3) 斜面を転がる物体の様子について考察する生徒A

グラフを作成し、関数 $y = ax^2$ の増減や、変域、変化の割合についての学習をする。その後、関数 $y = ax^2$ の利用として、斜面を転がる物体について調べる。生徒は理科の授業の中で物体の速さと衝突距離の関係を学習している。理科で学習したことが数学の授業を通して

より実感のあるものになると考える。また、物体が斜面を転がる高さ、速さ、衝突距離の3つの変数について、Excelを用いて関係性を見つける中で、数学的な表現を用いて考察することができるようになってほしいと考える。

| A    | B    | C    | D    | E    | F    | G    | H    | I    | J    | K | L | M | N | O | P | Q | R |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 高さ   | 5    | 10   | 15   | 20   | 1    | 4    | 7    | 12   | 10.5 |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 速さ   | 0.75 | 1.08 | 1.29 | 1.48 | 0.25 | 0.67 | 0.88 | 1.19 | 1.1  |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 衝突距離 | 1.3  | 2.5  | 3.4  | 4.4  | 0.1  | 1.1  | 1.8  | 3    | 2.6  |   |   |   |   |   |   |   |   |

(5 cm、10cm の実験を終える)

生徒A 「衝突距離はだいたい2倍になってそう」(15cm、20cm の実験を終える)

生徒A 「違うかも・・・」

生徒D 「どれも比例みたい」

教師 「他の高さも実験をしてみよう」

生徒A 「このあたり空いているから、この辺にしよう」

教師 「なぜ、そこを調べるの？」

生徒A 「空いているから、調べればグラフが詳しく分かると思う」

(1 cm、4 cm、7 cm、12cm を実験する)

生徒D 「これ(速さと高さ)とこれ(速さと衝突距離)は放物線じゃない？」

〈生徒Aのグループの実験結果〉

資料6

実際の授業では、「物体の衝突の秘密に迫る」と学習課題を提示した。そして、速さと高さ、衝突距離と高さ、速さと衝突距離の3つのグラフの予想を立てた。生徒Aはすべて放物線になると予想した。その後、役割分担を決め、実験を行った。資料6はその時の実験結果と授業記録である。生徒Aのグループは高さが5 cm、10cm、15cm、20cmの地点から順番に実験を始めた。生徒Aは、高さが5 cm、10cmのときの衝突距離が出ると、「衝突距離はだいたい2倍になってそう」とつぶやいていた。しかし、15cm、20cmの時の衝突距離を測定すると「違うかも・・・」ともつぶやいていた。4か所の実験を終え、グループでタブレット端末に記録したグラフを確認していると「どれも比例みたい」と話していたので、「他の高さも実験をしてみよう」と教師から問いかけた。生徒Aが、「このあたり空いているから、この辺にしよう」と座標平面の空白部分を示しながら実験する高さを提案したので、教師から再度、空白部分を実験したい理由を問うと「空いているから、調べればグラフが詳しく分かると思う」と答えた。その後、高さが1 cm、4 cm、7 cm、12cmの地点を追加で実験をした。実験を終えると、生徒AのグループではExcelのグラフを見

ながら、速さと高さ、速さと衝突距離のグラフは放物線となり、衝突距離と高さのグラフは直線になると結論付けていた。さらに、生徒Aのグループでは、速さに関わると放物線のグラフになるのではないかと考えをまとめていた。

授業後の生徒Aの感想には、資料8のように「実験をしてばらばらの数字を見るだけだとよく分からないけど、グラフにするとただの数字ではなく、曲線になったり直線になったり関係が見えてくる」と書かれていた。このことから Excel を用いて、実験結果を視

実験をしてばらばらの数字を見るだけだとよく分からないけど、グラフにするとただの数字ではなく、曲線になったり直線になったり関係が見えてくるということが分かりました。自転車でも坂でブレーキをしないで降りていったら、どんどんスピードが速くなるので、 $y = ax^2$ のようになっていると思いました。

〈生徒Aの授業感想〉

資料8

覚化したことで、曲線や直線と数学的に捉え、考察することができた(仮説1の手だて①)。また、「自転車でも坂でブレーキをしないで降りていったら、どんどんスピードが速くなるので $y = ax^2$ のようになっている」とも書かれていた。物体の衝突から、生徒Aが身の回りの事象を関数の視点で捉えることができた。このことから、数学の有用性を実感できたとと言える(仮説2の手だて)。さらに、実験する高さを追加する際に「空いているから、調べればグラフが詳しく分かると思う」と話をしていた。このことから、グループ活動において、グラフの様子がより詳しく分かるように実験する高さを数学的に捉え、表現することができたと考える(仮説1の手だて②)。

#### (4) 運動に数学に関わることに驚く生徒A

物体の衝突の秘密を探った後、さらに数学の有用性を実感してほしいと東京オリンピックの日本代表のバトンパスの失敗について考察する授業を行う。バトンパスを行う際、1走の多田選手が等速直線運動(比例)、2走の山縣選手が等加速度運動(放物線)の運動をしていると見立てて、2人の選手の間隔をグラフを用いて考察する。運動が科学に裏付けられらものであることに気付く中で、数学の有用性を実感できると考える。

実際の授業では、本時の学習に興味をもつことができるように、東京オリンピック日本代表がバトンパスを失敗したときの動画を提示した。動画を見た上で、生徒にバトンパスが失敗した理由を聞くと、「テイクオーバーゾーンを越えた」「2走の選手が速かった」と答えた。また、上手にバトンパスができない場合を聞くと「前の選手が近づきすぎる」「後ろの選手がスピードを落としてバトンをもらう」と答えた。そこで、「関数 $y = ax^2$ を使って、どうしたらバトンパスが成功したか考えよう」と学習課題を提示した。まず個人追分で、1走の多田選手と2走の山縣選手の状況を整理した。1走の多田選手が一定の速さで進んでいること、2走の山縣選手が加速度的な速さで進んでいることが確認できるように、選手の100mの時間と移動距離が分かる表とグラフを提示した。2人の選手がそれぞれ、一定の速さで進んでいること、加速度的な速さで進んでいることを確認した後、Excelを用いて、1走の多田選手と2走の山縣選手の位置関係を理解し、適切な助走距離が求めら

れるように、助走距離を入力することでグラフを作成する Excel を生徒に配付した。生徒 A はいろいろな値を入力していた。そこで、グループでグラフの状況を確認するように指示した。資料 9 は、その時の授業記録である。始めは理解の難しかった生徒 A も、1 走の多田選手と 2 走の山縣選手のグラフが交わらないときにはテイクオーバーゾーンを越え、グラフが 2 点で交わるときには、1 走の多田選手が 2 走の山縣選手にぶつかってしまうことを理解し、グラフが 1 点で交わる場所を見つけ、適切な助走距離が 8 m 手前と導き出すことができた。その後、理想的な助走距離が 25 足長であることと山縣選手の足の長さが約 30cm であることから、理想的な助走距離が 7.5m であることを計算した。生徒 A は「グラフでは 8 m と出ているのにバトンパスが届かなかったのはなぜ」と疑問をもっていたので、オリンピック後の山縣選手のインタビュー動画を提示した。その中で山縣選手は、攻めのバトンとして「助走距離を 1 足弱伸ばした」答えていた。理想距離の 7.5m から 1 足弱伸ばすことで限りなく 8 m に近づくことを確認した。また、再度、東京オリンピックのリレーの動画を視聴し、1 走の多田選手から 2 走の山縣選手でバトンに一瞬触れていることを確認した。

(生徒 A のグラフと  
グループ活動の授業記録)

生徒 A 「適当に数字を入れてるけど、どこ？」

生徒 C 「8 m を入力するとぴったり重なるよ」

生徒 A 「本当だ」

生徒 C 「例えば 10m を入力すると、グラフが重ならなくなる。1 走と 2 走の選手が追いついてないことになる。だから、8 m で 1 点で交わるという」

生徒 D 「2 走の選手が一番速くなったところでバトンパスできたら一番いいと思うんだけど・・・」

生徒 A 「どこ？」

生徒 D 「3 秒のところでバトンパスができると理想的だと思う」

生徒 A 「そこだと、グラフが 2 点で交わるからぶつかっているよ」

生徒 C 「そうそう」

資料 9

授業後の生徒 A の感想には、資料 10 のように「選手のグラフをつくって、バトンパスが成功する一番いい距離を見つけることができました」「グラフを見て、選手の位置関係も理解することができました」と書かれていた。このことから、始めは 2 選手の位置関係を理解

難しかったけれど、選手のグラフをつくって、バトンパスが成功する一番いい距離を見つけることができました。また、グラフを見て、選手の位置関係も理解することができました。リレーには数学は関係ないと思っていたけれど、足の幅で歩数を考えていて、数学の計算である程度予想ができるから数学は侮れないと思いました。

(生徒 A の授業感想)

資料 10

できていなかった生徒 A だが、Excel を用いて選手の様子をグラフに表したことで、2 選手の位置関係をグラフの交点に注目し、考察することができたと考える（仮説 1 の手だて ①）。また、「リレーに数学は関係ないと思っていたけれど、足の幅で歩数を考えていて、

数学の計算である程度予想ができるから数学は侮れない」とも書かれていた。このことから、教材を工夫し、身の回りの事象を既習事項を用いて解決したことで、数学の有用性を実感できたと言える（仮説2の手だて）。さらに、グループ活動をしたことで、生徒Aは2選手の位置関係をグラフが重ならないと追いつかないことを理解した。これにより、生徒Aが「グラフが2点で交わるからぶつかっているよ」と2選手の位置関係をグラフの交点に注目して説明することができたと考えられる（仮説1の手だて②）。

#### (5) 水槽の中の遮蔽物に水を入れる実験を通して、関数の定義を押さえる生徒A

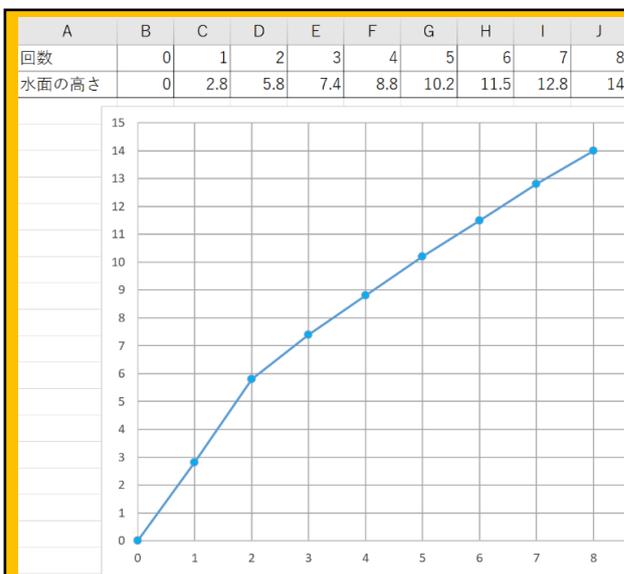
単元の最後には、いろいろな関数として、既習の比例や反比例、一次関数、関数 $y = ax^2$ とは異なる式では表せない関数を学習する。式で表せないような事象でもグラフにすることで連続性に気付き、伴って変わる2つの数量の一方の値が決まれば、他方の値がただ1つ決まるという関数についての理解がより一層深まるだろうと考えた。また、身の回りの事象には式では表せないものばかりであると気付くとともに、それでもグラフで表すことを通して、数学の有用性を実感できるだろうと考えた。

実際の授業では、「どんなグラフができるかな」と学習課題を提示し、水槽の中に遮蔽物を置いたときの、水の量と水面の高さの関係について学習を行った。遮蔽物には、資料11のように、レンガを重ねたもの、水槽の高さより低いカップ、水槽の高さより高い壺の3種類を用意した。水槽に遮蔽物を置き、ペットボトルに一定の水を入れ、水槽に水を繰り返し入れていくことを説明し、水を入れた回数と水面の高さの記録をExcelに入力するように指示した。生徒Aのグループはレンガを選び、実験を始めた。実験を終えると、グループでExcelのグラフを確認して、「なぜそのようなグラフになるのか」グループで話し合うように指示をした。資料12（12ページ参照）はその時の授業記録である。生徒Aは「同じだけ水の量を入れているから、直線のグラフだね」とグラフの傾き具合に注目している。また、グラフの傾きが途中で変われることを、「2回で1段目（レンガ4つ）ま



まで水が入って、3回目から2段目（レンガ1つ）のところになるから、グラフの傾きが緩くなるんだね」とグループの生徒にグラフの様子を水槽の中の様子と照らし合わせて伝えることができた。その後、それぞれの遮蔽物における水の量と水面の高さのグラフとその説明の全体発表の場を設けた。生徒Aは遮蔽物がレンガの場合のグラフの様子を全体発表し、直線になる理由と傾きが変わることを丁寧に説明することができた。授業の最後には、「本日求めた水の量と水面の高さは関数関係かどうか」と投げかけた。生徒Aは「レンガ

でもカップでも壺でも、水の入れる回数が決まると水面の高さが1つ決まるので関数」と答えていた。



生徒C 「こんな感じになったよ」  
(表と点だけの Excel をグループの他の生徒に見せる)  
生徒B 「真っ直ぐな直線かな？」  
生徒A 「グラフにしてみて」  
生徒C 「分かった」  
(生徒Cが Excel を操作する)  
生徒B 「折れ線グラフみたいだね」  
生徒A 「同じ水の量を入れているから直線のグラフだね」  
生徒C 「レンガがあるから最初は水が入る量が少ないんだよ」  
生徒A 「2回で1段目(レンガ4つ)まで水が入って、3回目から2段目(レンガ1つ)のところになるから、グラフの傾きが緩くなるんだね」

資料 12

〈生徒Aのグループ活動の授業記録〉

授業後の生徒Aの感想には、資料 13のように「水槽にレンガを入れたとき1段目、2段目になっていくと水槽の水が入る部分が大きくなっていくので、かくかくのグラフになると分かりました」と書かれていた。このことから、Excel を用いてグラフに表したことで、

水槽にレンガを入れたとき1段目、2段目となっていくと、水槽の水が入る部分が大きくなっていくので、かくかくのグラフになると分かりました。小学校のプールとかは、浅いところと深いところがつながっていて、そこに水を入れているので、グラフを作ると同じようにかくかくになると思いました。

〈生徒Aの授業感想〉

資料 13

で、水の入る様子の変化に気付いた。そして、その理由を水の入る容積に注目し、考察することができた(仮説1の手だて①)。また、「小学校のプールとかは、浅いところと深いところがつながっていて、そこに水を入れているので、グラフを作ると同じようにかくかくになる」とも書かれていた。このことから、身の回りの事象を解決する中で、生徒Aが身近な経験から似たような事象を取り上げ、数学的に考察することができたと言える(仮説2の手だて)。さらに、グループ活動を行ったことで、周りの生徒に水を入れる量が一定であることから傾きが一定の直線のグラフであると数学的に表現することができた(仮説1の手だて②)。

### (6) 単元を振り返る生徒A

資料 14 (13 ページ参照) は単元を終えた生徒Aの振り返り①である。「ICT機器を使って、問題の状況を目で見て考えることができたので解きやすくなりました」と書かれている。このことから、ICT機器である Excel を用いて学びを視覚化したことで、数学的に捉え、考察することができたと言える(仮説1の手だて①)。また、「グループの子と意

見が異なった場合には、自分もその数値を試してみることがすぐにできるので話し合いが深まった」「グラフがあるので、相手に伝える場合に比例定数、傾き、放物線などの言葉を自然に使うことができた」とも書かれている。このことから、発表する場を設けたことで、数学的に捉え、表現することができたと言える（仮説1の手だて②）。

資料15は単元を終えた生徒Aの振り返り③である。「計算問題ばかりを解くのではなく、身の回りの事象に結び付けることで、ものの見方が広がり、全く関係なさそうなことにも共通点

を見つけることができるようになりました」と書かれている。このことから、教材を工夫し、既習事項を活用する中で、身の回りの事象を解決できる場を設けたことで、数学の有用性が実感できたと言える（仮説2の手だて）。

関数は今まで分かりにくくて、解き方を覚える感じだったけど、ICT機器を使って、問題の状況を目で見て考えることができたので解きやすくなりました。グループの子と意見が異なった場合には、自分もその数値を試してみることがすぐにできるので話し合いが深まったと思います。また、グラフがあるので、相手に伝える場合に比例定数、傾き、放物線などの言葉を自然に使うことができたと思います。

〈生徒Aの振り返り①〉

資料14

計算問題ばかりを解くのではなく、身の回りの事象に結び付けることで、ものの見方が広がり、全く関係なさそうなことにも共通点を見つけることができるようになりました。

〈生徒Aの振り返り②〉

資料15

## VI 仮説の検証と今後の課題

### 1 仮説1の検証

今回の実践を通して、生徒Aは物事を数学的に捉え、考察したり表現したりすることができるようになった。その理由として、Excelを用いて、比例定数 $a$ を変化させグラフの様子を確認したり、身の回りの事象をグラフとして捉えたりすることで、視覚的に捉えることができた。また、視覚的に捉えたことで、ペア活動やグループ活動において、数学的な表現をすることができた。よって、仮説1の「学びを視覚化し、発表する場を設ければ、数学的に捉え、考察したり表現したりすることができる」と言える。

### 2 仮説2の検証

今回の実践を通して、生徒Aは数学の有用性を実感することができるようになった。その理由として、身の回りの物を教材として扱ったこと、物体の衝突や東京オリンピックのバトンパスなどをグラフを用いて、数学的な側面で解決した。その中で、生徒Aの身の回りの事象に置き換えて振り返りを行っていた。よって、仮説2の「身の回りの事象を解決することができれば、数学の有用性を実感できる」と言える。

### 3 今後の課題

今回の実践では、ICT機器であるExcelを用いたことが、考え方を視覚的に捉える点で非常に効果的であった。ペア活動やグループ活動においても、タブレット端末を見せることで伝わることも多かった。ICT機器が情報発信の手段としてよりよいものになるように言語による論理的な説明を充実させたい。